” Теория автоматического управления ”

Курсовой проект

Управление перевернутым маятником на тележке

Выполнил: Бухарев Святослав Андреевич

Факультет: СУиР

Группа: R3381

Вариант 9

Преподаватели: Перегудин А. А., Пашенко А. В.

**ГЛАВА 1. ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОБЪЕКТА**

* 1. **Вывод уравнений**

Построим математическую модель перевернутого маятника на тележке. В качестве переменных состояния возьмём линейную координату тележки - , скорость тележки - , угол отклонения маятника от вертикали - , угловую скорость маятника . В качестве управляющей переменной примем горизонтальную силу, приложенную к тележке. В качестве внешнего возмущения примем вращающий момент, действующий на маятник. В качестве выходных (измеряемых) примем величины .

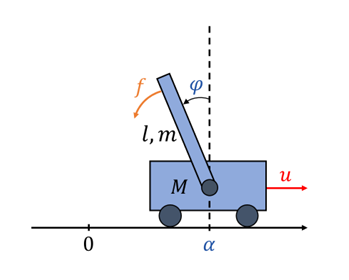


Рисунок 1. Перевернутый маятник на тележке

При построении математической модели будем считать, что трение отсутствует, а масса маятника равномерно распределена вдоль стержня.

Представим математическую модель, как систему уравнений:

(1)

где – функции, найденные при построении математической модели.

Необходимые переменные:

M – масса тележки,

m – масса маятника,

l – длина стержня маятника,

- ускорение свободного падения

Переменные состояния:

*Построим нашу модель, используя метод Лагранжа:*

Тележка:

Маятник:

Вращение маятника:

**Общая кинетическая энергия:**

Потенциальная энергия:

Лагранжиан:

*Уравнения Лагранжа:*

где

*Решение для*

Для :

Для :

*Решение для*

Составим систему уравнений вида:

где

,

Найдём определитель матрицы коэффициентов:

И решим систему уравнений для методом Крамера:

В итоге получим систему уравнений нашей математической модели:

Вместе с:

* 1. **Точки равновесия**

Далее, нужно найти все точки равновесия объекта при

По определению точек , а именно:

Получаем:

Упростим выражения:

Так как , поменяем

*,* где

Можем сделать вывод о точках равновесия:

,

,

,

Получаем две точки равновесия:

1. верхнее положение маятника

2. нижнее положение маятника

* 1. **Линеаризация**

Возьмём и точку равновесия:

И линеаризируем систему вокруг данной точки:

Составим матрицу Якоби и получим:

Далее, матрицы :

где

А также матрицы :

Получим математическую модель в виде системы:

(2)

* 1. **Выбор исходных данных**

Для своего 9 варианта получу исходные данные равные:

**ГЛАВА 2. АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ**

* 1. **Анализ матриц**

Найдём собственные числа и собственные вектора матрицы A модели:

c собственным вектором:

c собственным вектором:

c собственным вектором:

c собственным вектором:

Так мы имеем кратные собственные числа равные 0 и положительное число равное , то наша система ***неустойчивая***.

Проведём анализ системы на управляемость, наблюдаемость, стабилизируемость и обнаруживаемость:

Найдём матрицу управляемости системы:

Следовательно, получаем, что ***по критерию Калмана система полностью управляема, а значит и стабилизируема.***

Теперь найдём матрицу наблюдаемости системы:

Следовательно, получаем, что ***по критерию Калмана система полностью наблюдаема, а значит и обнаруживаема.***

* 1. **Передаточные функции**

Найдём передаточные матрицы системы:

Для каждой из передаточных функций определим динамический порядок, относительный динамический порядок, значения нулей и полюсов:

1. **:**

Получается MIMO система с двумя выходами. Передаточная функция по координате тележки и передаточная функция по углу отклонения маятника.

*Динамический порядок: 6*

*Относительный динамический порядок: 2*

*Нули функции:*

*Полюса функции:*

*Динамический порядок: 2*

*Относительный динамический порядок: 2*

*Нули функции:*

*Полюса функции:*

1. ***:***

Также, MIMO система с двумя выходами.

*Динамический порядок: 6*

*Относительный динамический порядок: 2*

*Нули функции:*

*Полюса функции:*

*Динамический порядок: 2*

*Относительный динамический порядок: 2*

*Нули функции:*

*Полюса функции:*

Говоря о физической интерпретации величин, можно сделать вывод, что полюса функции определяют устойчивость системы, а в конкретном случае её неустойчивость (кратные 0, ). Нули функции – это частоты подавления входа, при которых выходной сигнал стремится к 0. Динамический порядок равный 6 – указывает на сложную динамику системы, а относительный динамический порядок равный 2 – на управление путём двойного интегрирования и физическую реализуемость нашей системы.

* 1. **Моделирование**

Выполним компьютерное моделирование свободного движения линеаризованного объекта согласно уравнениям (2) при различных начальных условиях, несильно отличающихся от нуля:

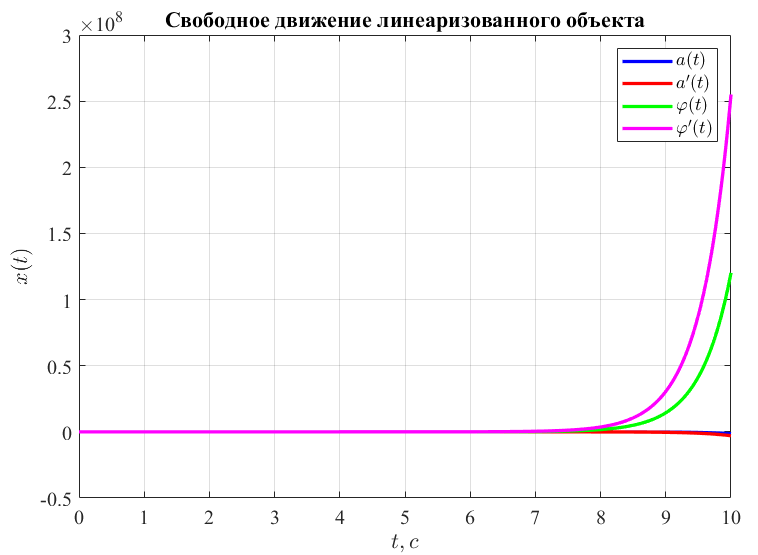


Рисунок 1. Линеаризованная система при

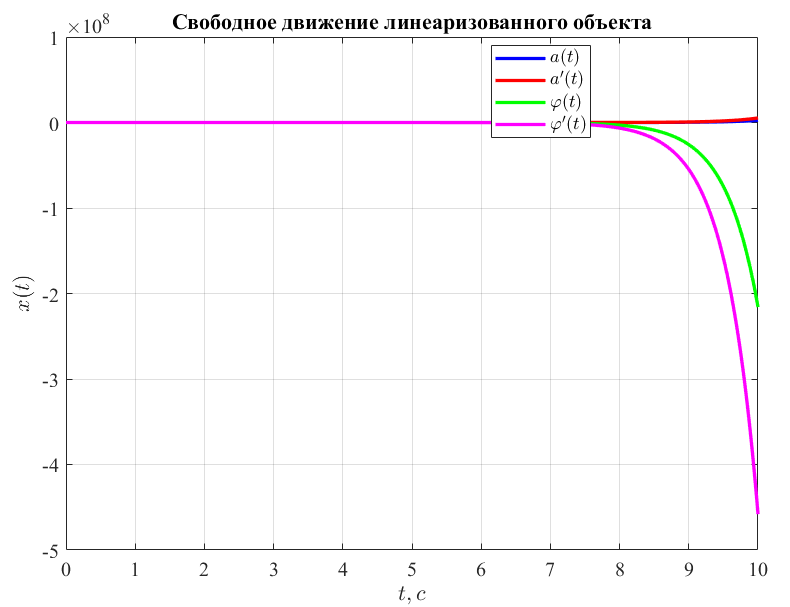


Рисунок 2. Линеаризованная система при

Выполним моделирование свободного движения объекта согласно уравнениям (1) при ранее выбранных начальных условиях:

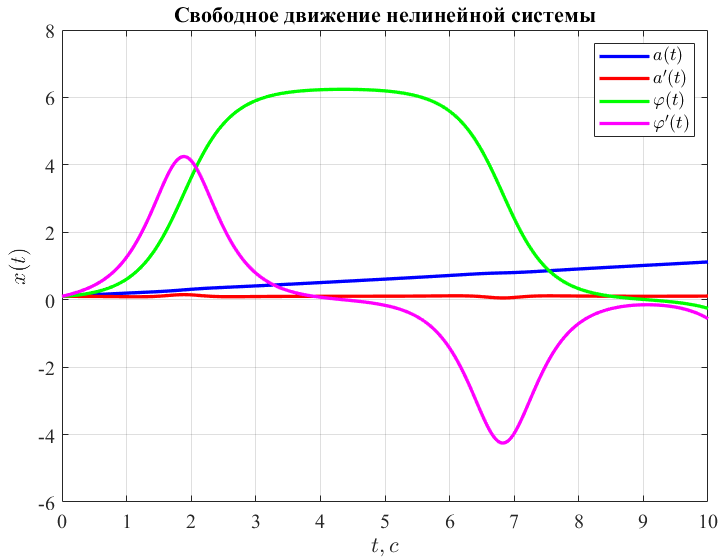


Рисунок 3. Нелинейная система при

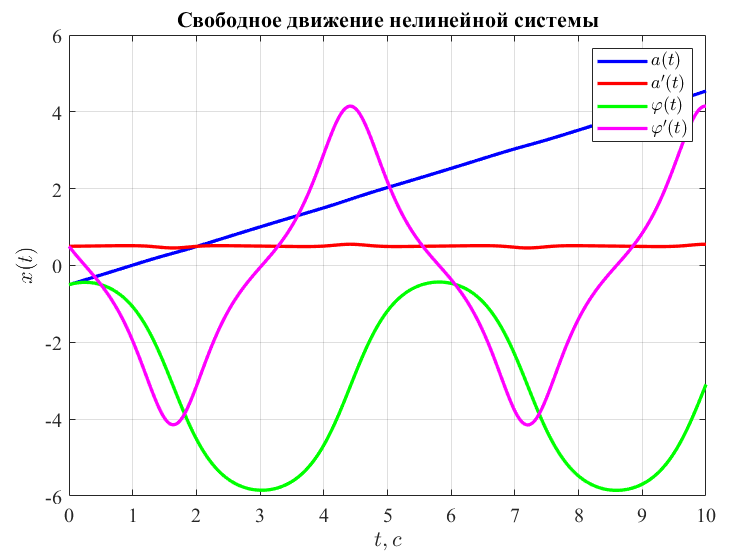


Рисунок 4. Нелинейная система при

Произведём сравнение полученных результатов при малом и большом времени моделирования:

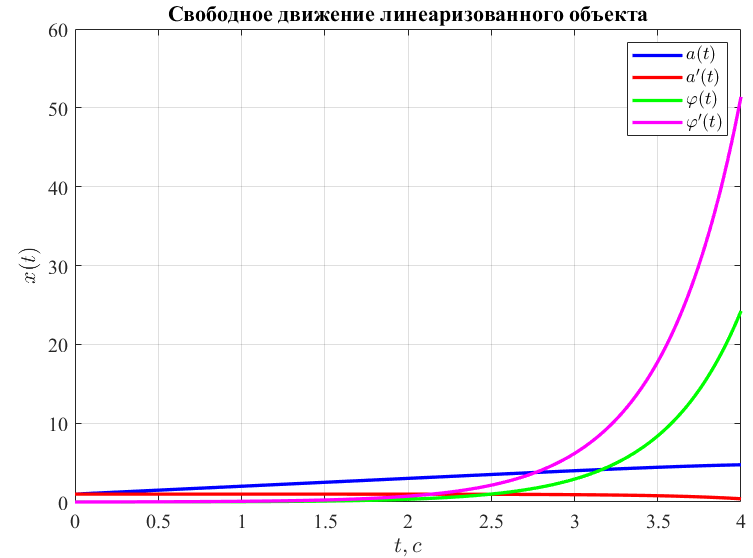


Рисунок 5. Линеаризованная система при

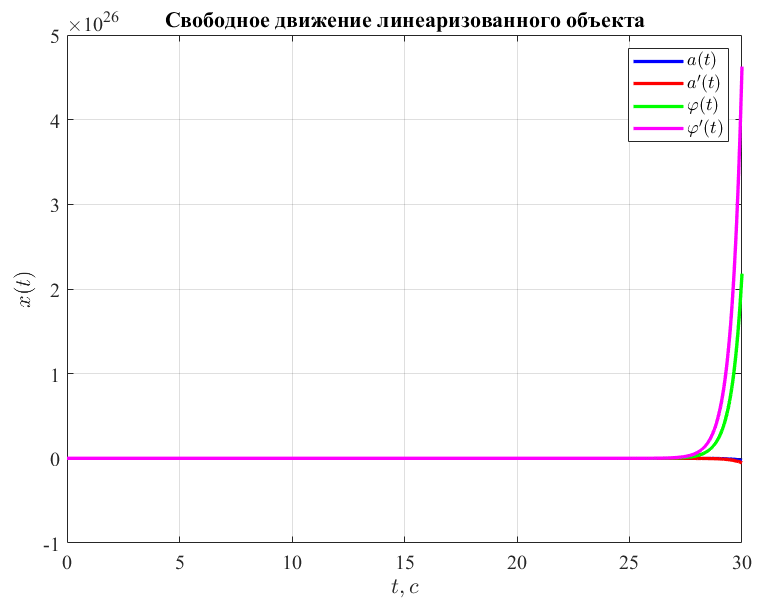


Рисунок 6. Линеаризованная система при

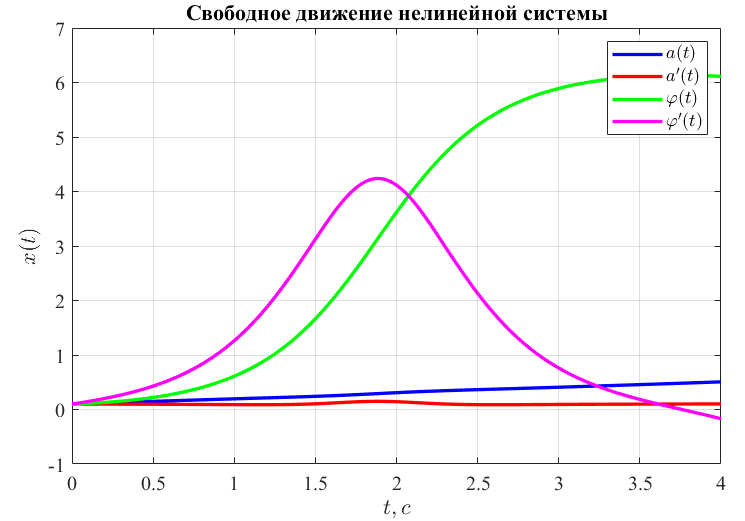


Рисунок 7. Нелинейная система при

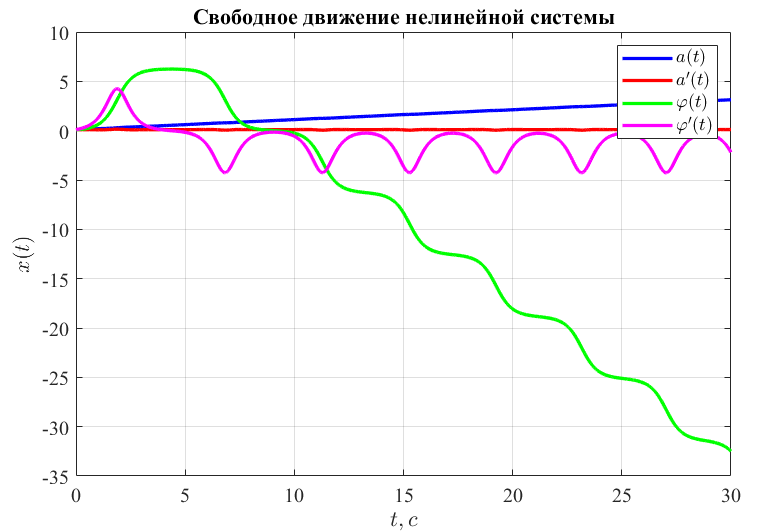


Рисунок 8. Нелинейная система при

По данным графикам, мы наглядно можем сравнить нелинейную и линеаризованные системы. У нелинейной системы ярко выражены хаотичные колебания, с изменяющейся амплитудой, описывающие движения маятника. У линеаризованной же системы основное, что мы можем понять, так это уход на бесконечность графиков, что говорит о неустойчивости тележки и маятника в верхнем положении.

**ГЛАВА 3. СТАБИЛИЗАЦИЯ МАЯТНИКА: МОДАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ**

С помощью решения уравнения Сильвестра произведём расчет регулятора

(3)

основываясь на линейной модели (2) и выбранном наборе желаемых собственных чисел замкнутой системы:

Возьмём желаемый спектр равный:

Уравнение Сильвестра:

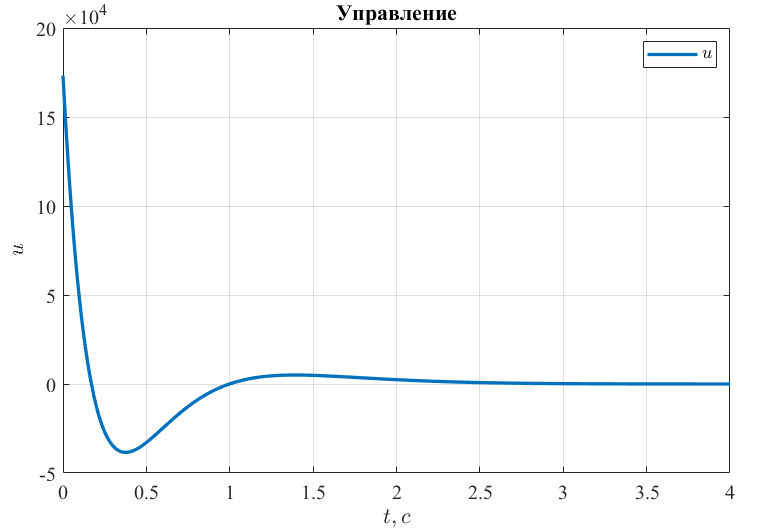


Рисунок 9. Регулятор линейной модели (2)

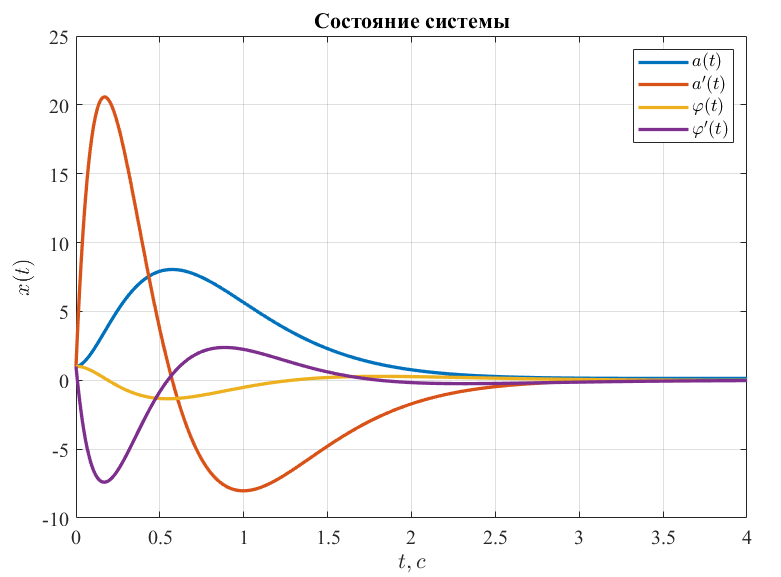


Рисунок 10. Состояние системы